Partiel Physique atomique 7 Mars 2013

Questions de cours (7)

1) quantification du moment cinétique $\vec{L} \Rightarrow m^2 r^2 v^2 = n^2 \hbar^2$

$E_k = \frac{1}{2} E_p = \frac{1}{2} m v^2 = \frac{1}{2}\left(\frac{Ze^2}{r}\right) \Leftrightarrow m r v^2 = Ze^2$

rayon $r_n = \frac{\hbar^2}{mZe^2} n^2$ quantifié 1

vitesse $m r_n v_n = n\hbar \Leftrightarrow v_n = \frac{Ze^2}{\hbar} \frac{1}{n}$ quantifié 1

2) Dégénérescences accidentelles et essentielles

* essentielle : l fixé $\Rightarrow E (2l+1)$ dégénérée 0,5
* accidentelle : n fixé $\Rightarrow$ plusieurs l : E dégénérée. 0,5

3) Densités de probabilité

* radiale $\rho(r) = r^2 |R_{nl}(r)|^2$ telle que $dP_r = \rho(r)dr$ 0,5
* angulaire $\rho(\theta,\varphi) = |Y_l^{m_l}(\theta,\varphi)|^2$ telle que $dP_\Omega = \rho(\theta,\varphi)d\Omega$ 0,5

4) $\vec{L}.\vec{S}$ interaction du moment cinétique orbital de l'e^- et de son moment de spin avec $\vec{J} = \vec{L} + \vec{S}$ cste du mouvement 0,5

$|n L S\rangle$ non pas vecteurs propres

J nombre quantique relevant 0,5

5) Conf 3d $|n=3, L=2, S=1/2, J=3/2\ 5/2\rangle$ 0,5

6) Terme de Darwin : l'approx non relativiste conduit à une interaction entre l'e^- et le champ NON LOCALE. l'e^- est alors sensible à l'ensemble des valeurs prises autour de $\vec{r}$ 1

7) $W_2 = A\,\vec{I}.\vec{S} + 2\omega_0 S_3$ 0,5

Exercice
Niveaux d'E du positronium

(6)

1) $E_n = -\mu \frac{\alpha^2 c^2}{2} \frac{Z^2}{n^2}$ avec $\mu = \frac{m}{2}$ (masse de l'e^-) 1

$r_n = \frac{a_0}{Z} n^2$ avec $a_0 = \frac{\hbar^2}{\mu e^2}$ 1

2) $E_{1s} = \frac{1}{2} E_{1s}(H) = -13,6/2 = -6,8\,eV$ 1

$a_0 = 2 a_0(H) = 2 \times 0,53 = 1,06\,Å$ 1

3) $E_{2p} = E_{1s} \times \frac{1}{2^2} = -6,8/4 = -1,7\,eV$ 1

$\hbar\omega = E_{2p} - E_{1s} = -1,7 - (-6,8) = 5,1\,eV \Rightarrow \lambda = 2430\,Å$ 1

Structure hyperfine du positronium 1s

7 $\quad H_{hf} = \frac{A}{\hbar^2}\vec{S_1}\cdot\vec{S_2} \qquad A = 1{,}27\ 10^{-22}\ \mathrm{J} \qquad \vec{S}^2 |S,M\rangle = \hbar^2 S(S+1)|S,M\rangle$

$S_3 |S,M\rangle = \hbar M |S,M\rangle$

avec $\vec{S} = \vec{S_1} + \vec{S_2}$

1) $H_{hf} = \frac{A}{\hbar^2}\vec{S_1}\cdot\vec{S_2} = \frac{A}{2\hbar^2}\left(\vec{S}^2 - \vec{S_1}^2 - \vec{S_2}^2\right)$ 1

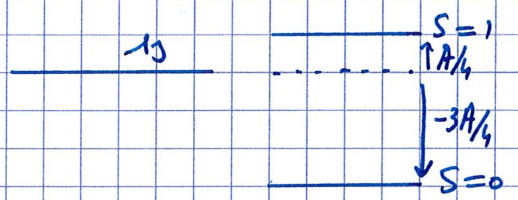
$H_{hf}|S,M\rangle = \frac{A}{2}\underbrace{\Big(S(S+1) - S_1(S_1+1) - S_2(S_2+1)\Big)}_{\text{observables}}|S,M\rangle \qquad |S_1,S_2,S,M\rangle = |S,M\rangle$

et H_{hf} diagonale

Valeurs propres $\Delta E_{hf} = \frac{A}{2}\Big(S(S+1) - S_1(S_1+1) - S_2(S_2+1)\Big)$ 1

2) 1s positronium $\quad S_1 = S_2 = 1/2 \implies S = 0, 1$ 1

* $S = 0 \implies \Delta E_{hf} = -\frac{3A}{4}$ 1 $\quad$ AN: $\Delta E_{hf} = -5{,}95\ 10^{-4}$ eV 0,5
* $S = 1 \implies \Delta E_{hf} = \frac{A}{4}$ 1 $\quad$ AN: $\Delta E_{hf} = +1{,}98\ 10^{-4}$ eV 0,5



1